

Regressão múltipla linear e não-linear para o cálculo de volumes de aterros e método iterativo para o reconhecimento de linhas de fluxo a partir de dados digitais de elevação e de terreno

Linear and non-linear multiple regression for the calculation of landfill volumes and iterative method for the recognition of flow lines from digital elevation and terrain data

Roberto Pettres

Departamento de Matemática da Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, Brasil.
E-mail: pettres@ufpr.br

Revista de Engenharia Civil IMED, Passo Fundo, vol. 8, n. 1, p. 90-108, janeiro-junho, 2021 - ISSN 2358-6508

[Recebido: dezembro 18, 2019; Aceito: agosto 28, 2020]

DOI: <https://doi.org/10.18256/2358-6508.2021.v8i1.3803>

Endereço correspondente / Correspondence address

Rua Cel. Francisco Heráclito dos Santos, 100 - Centro
Politécnico - 2º andar do Edifício de Ciências Exatas - PA
- Sala 223, Jardim das Américas, Caixa Postal 19081, CEP
81531-980, Curitiba, Paraná, Brasil.

Sistema de Avaliação: *Double Blind Review*
Editora: Aline Zanchet

Como citar este artigo / How to cite item: [clique aqui! / click here!](#)

Resumo

Este trabalho apresenta um estudo sobre o uso de regressão múltipla para o processamento de dados de aerolevantamento feito com drones na forma de nuvem de pontos do sistema *Universal Transversa de Mercator*. O modelo faz uso de regressão múltipla linear e não linear para estimar o volume de aterro e são definidas curvas e superfícies de nível com base nos dados de relevo. Neste trabalho também é desenvolvido um método iterativo para o cálculo do gradiente na superfície gerada a partir da nuvem de pontos, com qual, são traçadas as linhas de fluxo de água em caso de grande volume fluviométrico. Os modelos matemáticos, bem como os resultados desse trabalho são apresentados a seguir.

Palavras-chave: Regressão múltipla linear. Regressão múltipla não-linear. Modelo digital de elevação. Modelo digital do terreno. Linhas de fluxo.

Abstract

This work presents a study on the use of multiple regression for the processing of aerial survey data made with drones in the form of point clouds of the Universal Transverse Mercator system. The model makes use of linear and non-linear multiple regression to estimate the volume of landfill and curves and level surfaces are defined based on the relief data. In this work it is also developed an iterative method for calculating the gradient on the surface generated from the point cloud, with which, the water flow lines are drawn in case of large fluviometric volume. The mathematical models, as well as the results of this work are presented below.

Keywords: Linear multiple regression. Nonlinear multiple regression. Digital elevation models. Digital surface model. Flow lines.

1 Introdução

Atualmente a tecnologia de imagem usando câmeras digitais acopladas a veículos aéreos não tripulados, conhecido genericamente como Drones, tem sido amplamente utilizada para o monitoramento de regiões geográficas em vários campos de aplicações ambientais, como no acompanhamento de degradação e desmatamento de florestas, agricultura de precisão e mineração, além de aplicações em engenharias civil (FELGUEIRAS *et al.*, 2019).

Entre as aplicações de engenharia civil, projetos voltados a construção de reservatórios, rodovias, edificações, ferrovias, barragens, entre outros, requerem o cálculo de volumes de taludes de corte e aterros. Normalmente estes volumes são determinados a partir de dados de levantamentos topográficos, como as curvas de nível, seções transversais ou malha de pontos com cotas conhecidas. Segundo Irvine (1990), os trabalhos de movimentação de terra podem ser divididos em duas categorias, faixas longas e estreitas, como é o caso de rodovias e ferrovias e grandes áreas, como reservatórios. Para o cálculo de volumes, para o primeiro caso normalmente são utilizados os métodos baseados em seções transversais, no segundo caso, trabalha-se com malhas de pontos ou contorno (volumes calculados através das curvas de nível). Em ambos os casos, medições manuais *in loco* são necessárias, e, frequentemente adota-se um fator multiplicativo para o valor calculado, o qual, para a maioria das aplicações de engenharia é suficiente, porém, superestimando o volume a partir de um coeficiente que pode variar entre 5 e 25% a mais do valor real devido ao empolamento (GARCIA; PIEDADE, 1984).

Segundo Oliveira e Jesus (2018), para o levantamento topográfico, equipamentos já consagrados, como a Estação Total e o GPS RTK são inquestionáveis quanto a sua acurácia, entretanto, demandam equipes de levantamento e prazo estendido para sua realização.

Cada projeto tem suas próprias características e, segundo elas, apresentam-se limitações de tempo e recursos. A disponibilidade de mão-de-obra qualificada e a metodologia utilizada são fatores chaves para se obter êxito do projeto. Em projetos públicos de licitações, onde o projeto básico deve ser confeccionado no menor tempo e orçamento mais enxuto possível, ressalta-se a importância em se refinar e descobrir novos métodos de levantamento topográfico que sejam eficientes e confiáveis.

Com a ampliação do número de aplicações baseadas em aerolevantamento de dados planialtimétricos, pode-se obter resultados com precisão significativa, com economia de tempo e recursos, acompanhamento periódico de execução da obra, além de segurança dos profissionais no levantamento dos dados em área de difícil acesso, utilizando-se técnicas de processamento de imagens e modelos matemáticos (OLIVEIRA; JESUS, 2018).

O processamento de dados de levantamentos aerofotogramétricos permite atribuir uma coordenada z a cada par conjugado de pixels da fotografia, e, por conseguinte, a geração do Modelo Digital de Elevação (MDE) e do Modelo Digital do Terreno (MDT) em forma de ortomosaico (PEREIRA; MAGALHÃES; CARDOSO, 2017). No MDT é desconsiderada a vegetação, as edificações e outros objetos sobre o terreno, sendo um modelo ideal para utilização na engenharia civil. (PEDREIRA, 2017).

De acordo com Pedreira (2017), a qualidade dos modelos digitais de elevação é fundamental para a utilização na engenharia civil, pois a análise desses modelos disponibilizam dados importantes, úteis em projetos, como a geração de curvas de nível, cálculo de volumes de corte e aterro, mapas de drenagem, entre outros.

Entre os modelos matemáticos, diferentes técnicas podem ser consideradas, entre elas, o ajustamento de superfície linear, quadrática ou de grau mais elevado dependendo do número de dados disponíveis e das grandezas que se pretende calcular a partir dos dados. Para o cálculo do volume de corte ou de aterro, o modelo de superfície de regressão múltipla linear, plano, permite uma boa aproximação do relevo real. Para o cálculo dos gradientes da superfície e/ou determinação das linhas de fluxo, a superfície quádrlica é mais indicada, pois os vetores não são nem todos paralelos como no caso da superfície linear.

Dessa forma, subsidiar a solução de problemas de engenharia voltados para o cálculo de volumes e/ou outras grandezas constitui a principal motivação e justificativa para realização deste trabalho. Para tanto, a formulação matemática apresentada baseia-se em técnicas de regressão múltipla, linear e não linear, cujos dados utilizados na análise de regressão provêm do levantamento com drones executado pela equipe de pesquisa do projeto *Campus Map*¹, realizado pela Universidade Federal do Paraná.

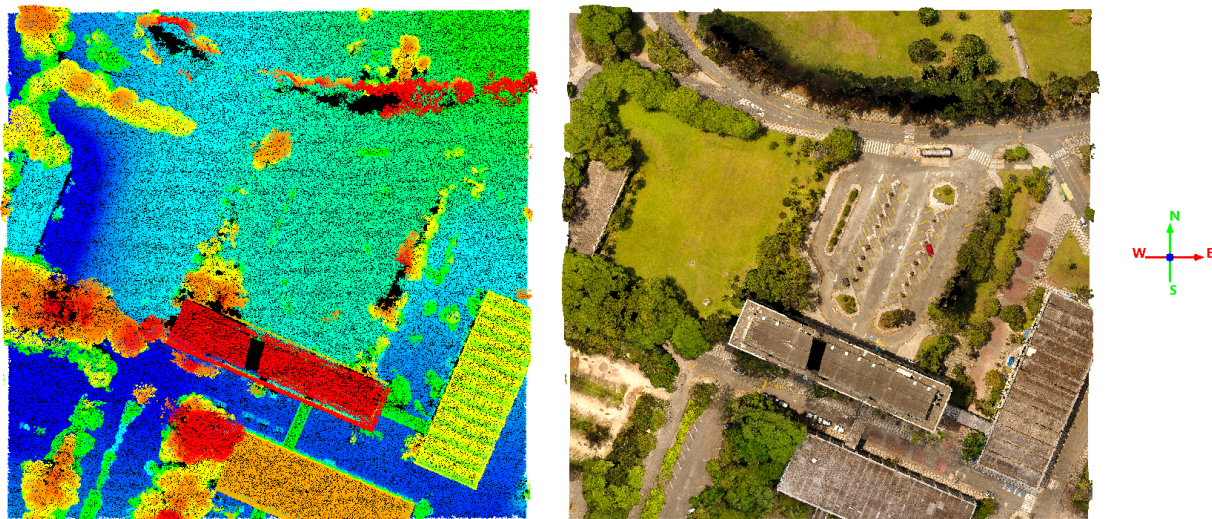
Em tempo, almeja-se com este trabalho, apresentar uma metodologia ou técnica para o ajustamento de superfícies a partir de dados de aerolevantamento, com vista em contribuir com a solução de problemas de engenharia abordados durante a formação e na atuação desse profissional.

2 Materiais e Métodos

O conjunto de dados cartesianos (x, y, z) para análise de regressão múltipla foi gerado a partir de aerolevantamento planialtimétrico (VEIGA; ZANETTI; FAGGION, 2012) e técnicas de processamento de imagens baseadas em fotogrametria. A Figura 1 ilustra determinada região do Centro Politécnico da Universidade Federal do Paraná (CPUFPR), apresentada à esquerda como uma imagem de isocores, às quais representam maiores elevações renderizadas com tons próximos ao vermelho, e, pontos de menor elevação em tons próximos ao azul.

1 Link para informações sobre o projeto Campus Map: <http://www.campusmap.ufpr.br/>

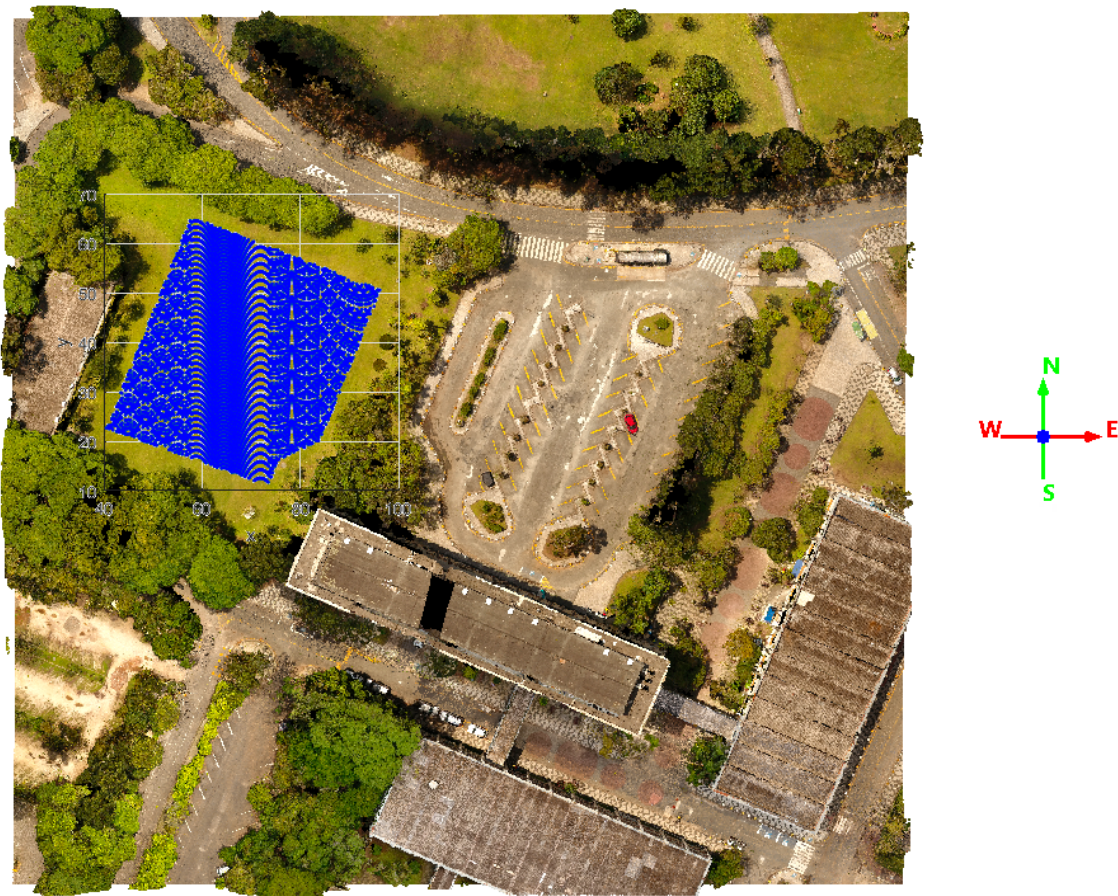
Figura 1. Imagem de elevação com isocores (esquerda) e foto aérea (direita) de parte do CPUFPR



Fonte: *Campus Map*, 2019.

A partir da Figura 1, à direita, foi selecionada uma área poligonal *D* ilustrada na Figura 2 com 378.508 pontos, a qual foi objeto de estudo para o ajustamento de superfícies.

Figura 2. Área destacada em azul para o estudo de regressão múltipla e gradientes



Fonte: *Campus Map*, 2019.

Os dados da região em azul tem a forma (x, y, z) , onde x e y são coordenadas dadas de acordo com o modelo *Universal Transversa de Mercator* (UTM) e z são os valores de elevação em relação ao nível do mar. A metodologia para a obtenção da superfície numérica foi desenvolvida no programa computacional MATLAB 15[®] e compreendeu a implementação dos algoritmos de regressão múltipla.

Os valores da componente z da matriz de dados foram são transladados para zero com base no menor valor observado para essa variável considerando-se o plano (x, y) como o limite inferior do aterro. Para ilustrar o sistema de equações normais dos modelos de regressão múltipla, na equação (1) é apresentado o sistema de equações para obtenção do plano de regressão múltipla linear, com a_4 , a_5 e a_6 nulos, e da superfície quádrlica de regressão múltipla não-linear:

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{i=m} n_i & \sum_{i=1}^{i=m} x_i & \sum_{i=1}^{i=m} y_i & \sum_{i=1}^{i=m} x_i y_i & \sum_{i=1}^{i=m} x_i^2 & \sum_{i=1}^{i=m} y_i^2 \\ \sum_{i=1}^{i=m} x_i & \sum_{i=1}^{i=m} x_i^2 & \sum_{i=1}^{i=m} x_i y_i & \sum_{i=1}^{i=m} x_i^2 y_i & \sum_{i=1}^{i=m} x_i^3 & \sum_{i=1}^{i=m} x_i y_i^2 \\ \sum_{i=1}^{i=m} y_i & \sum_{i=1}^{i=m} x_i y_i & \sum_{i=1}^{i=m} y_i^2 & \sum_{i=1}^{i=m} x_i y_i^2 & \sum_{i=1}^{i=m} x_i^2 y_i & \sum_{i=1}^{i=m} y_i^3 \\ \sum_{i=1}^{i=m} x_i y_i & \sum_{i=1}^{i=m} x_i^2 y_i & \sum_{i=1}^{i=m} x_i y_i^2 & \sum_{i=1}^{i=m} x_i^2 y_i^2 & \sum_{i=1}^{i=m} x_i^3 y_i & \sum_{i=1}^{i=m} x_i y_i^3 \\ \sum_{i=1}^{i=m} x_i^2 & \sum_{i=1}^{i=m} x_i^3 & \sum_{i=1}^{i=m} x_i^2 y_i & \sum_{i=1}^{i=m} x_i^3 y_i & \sum_{i=1}^{i=m} x_i^4 & \sum_{i=1}^{i=m} x_i^2 y_i^2 \\ \sum_{i=1}^{i=m} y_i^2 & \sum_{i=1}^{i=m} x_i y_i^2 & \sum_{i=1}^{i=m} y_i^3 & \sum_{i=1}^{i=m} x_i y_i^3 & \sum_{i=1}^{i=m} x_i^2 y_i^2 & \sum_{i=1}^{i=m} y_i^4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{i=m} z_i \\ \sum_{i=1}^{i=m} x_i z_i \\ \sum_{i=1}^{i=m} y_i z_i \\ \sum_{i=1}^{i=m} x_i y_i z_i \\ \sum_{i=1}^{i=m} x_i^2 z_i \\ \sum_{i=1}^{i=m} y_i^2 z_i \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde (x_i, y_i, z_i) representa cada ponto do MDT e a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 e a_6 são os coeficientes da equação da superfície de regressão múltipla. Para a superfície do plano de regressão linear, temos

$$z(x, y)_1 = a_1 + a_2 x + a_3 y \quad (2)$$

para a superfície quádrlica, temos

$$z(x, y)_2 = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 x^2 + a_5 xy + a_6 y^2 \quad (3)$$

Ampliando-se o sistema de equações normais apresentado em (1), pode-se obter superfícies de grau mais elevado. Para o caso de uma superfície cúbica, temos

$$z(x, y)_3 = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 x^2 + a_5 xy + a_6 y^2 + a_7 x^3 + a_8 x^2 y + a_9 xy^2 + a_{10} y^3 \quad (4)$$

para uma superfície quártica, temos

$$z(x, y)_4 = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 x^2 + a_5 xy + a_6 y^2 + a_7 x^3 + a_8 x^2 y + a_9 xy^2 + a_{10} y^3 + a_{11} x^4 + a_{12} x^3 y + a_{13} x^2 y^2 + a_{14} xy^3 + a_{15} y^4 \quad (5)$$

e para uma superfície quártica, temos

$$\begin{aligned} z(x, y)_5 = & a_1 + a_2x + a_3y + a_4x^2 + a_5xy + a_6y^2 + \\ & + a_7x^3 + a_8x^2y + a_9xy^2 + a_{10}y^3 + a_{11}x^4 + \\ & + a_{12}x^3y + a_{13}x^2y^2 + a_{14}xy^3 + a_{15}y^4 + a_{16}x^5 + \\ & + a_{17}x^4y + a_{18}x^3y^2 + a_{19}x^2y^3 + a_{20}xy^4 + a_{21}y^5 \end{aligned} \quad (6)$$

As equações normais do sistema de regressão múltipla tem a soma dos quadrados das diferenças entre o valor estimado (pontos da superfície numérica) e os dados observados (pontos de elevação do relevo) mínima, minimizada pela solução do problema de mínimos quadrados.

3 MDT e Superfícies de Regressão

A Figura 3 ilustra o MDT apresentado em forma de nuvem de pontos do relevo, e as Figura 4, 5, 6, 7 e 8 ilustram as soluções obtidas para os modelos de regressão múltipla linear e não-linear, calculados com 7.291 pontos, ou seja, aproximadamente 2% da quantidade original de dados. O uso desta quantidade reduzida de dados tem a finalidade de verificar a precisão das soluções com um menor custo computacional, como segue.

Figura 3. Superfície obtida a partir dos dados de levantamento do relevo

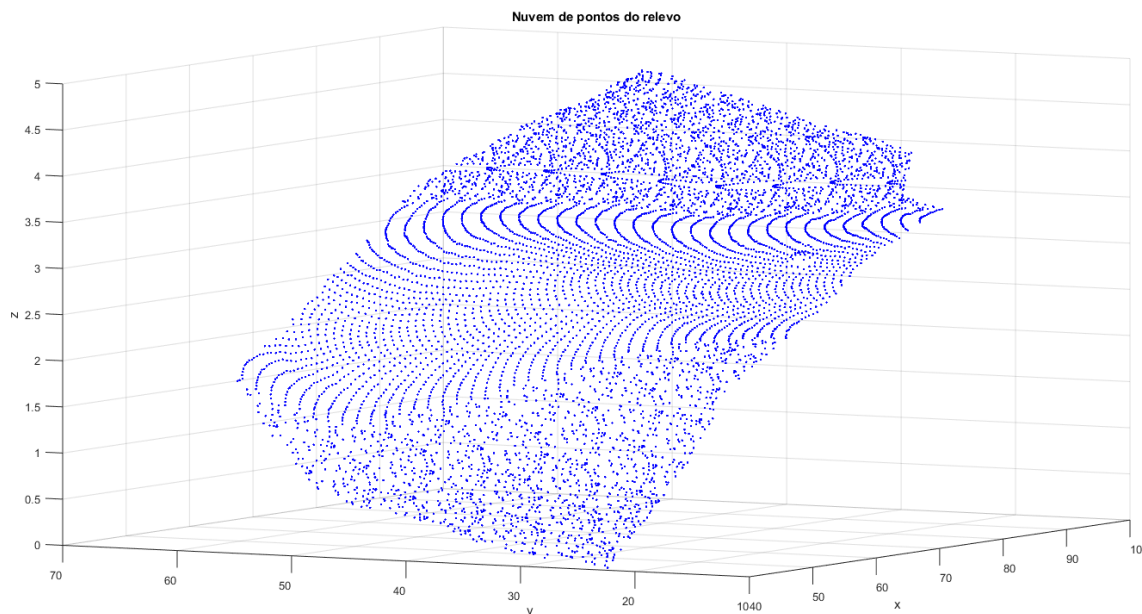


Figura 4. Superfície de regressão linear múltipla para os dados do relevo

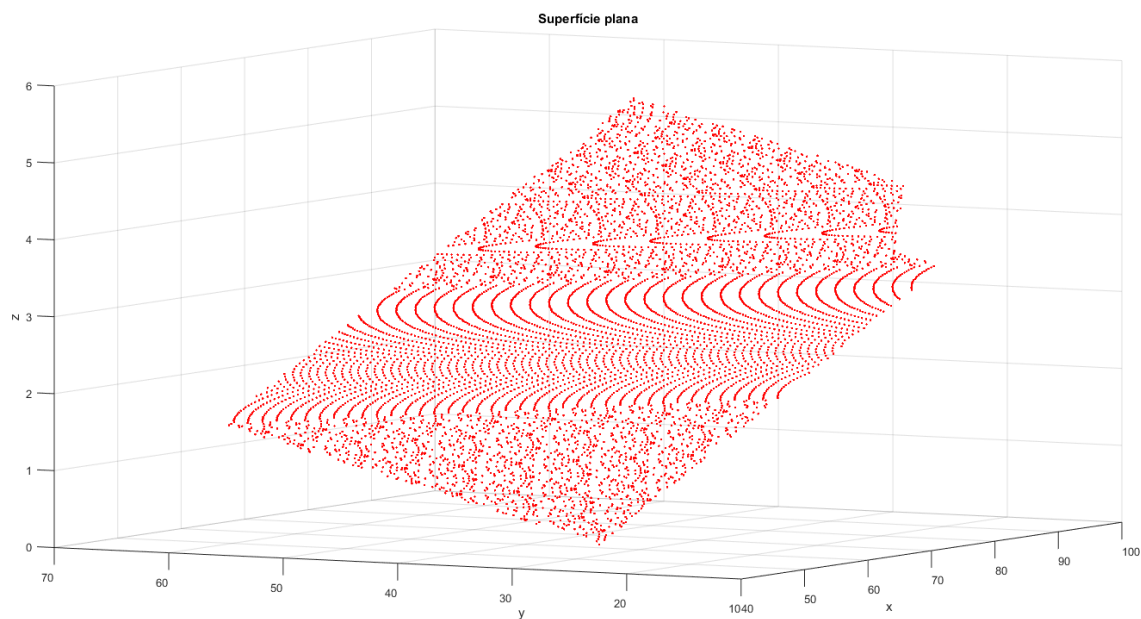


Figura 5. Superfície de regressão quadrática múltipla para os dados do relevo

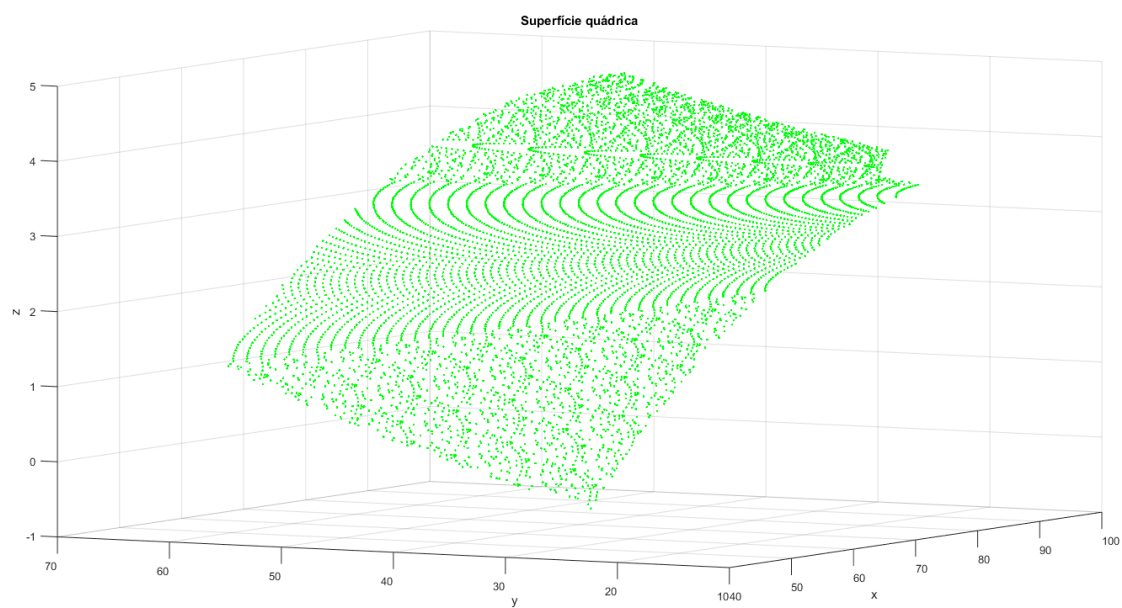


Figura 6. Superfície de regressão múltipla cúbica para os dados do relevo

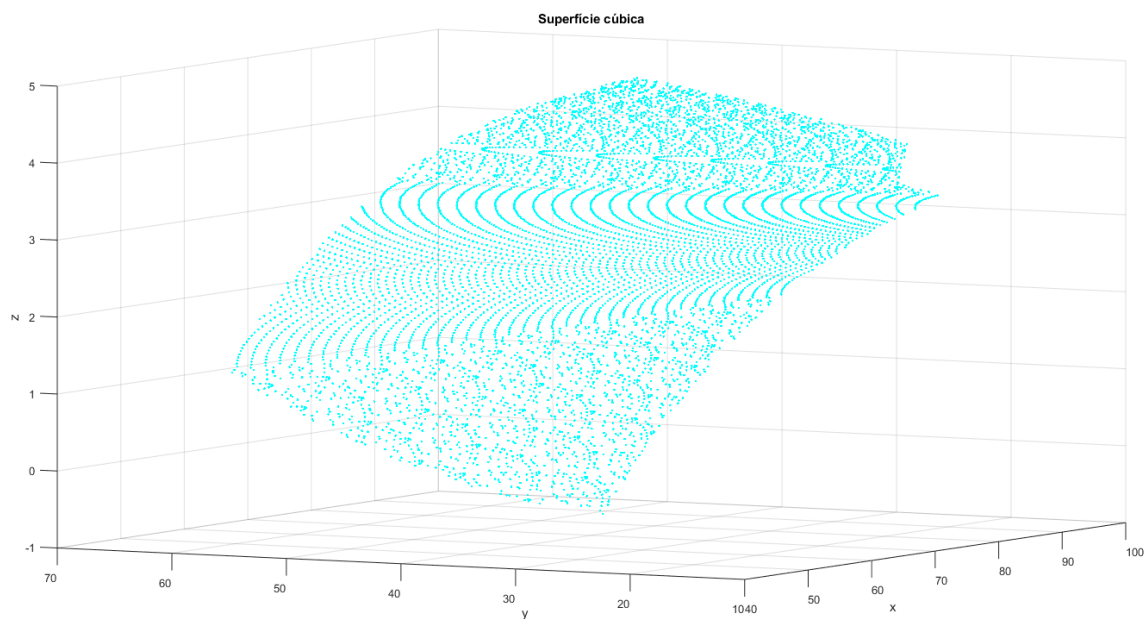


Figura 7. Superfície de regressão múltipla quártica para os dados do relevo

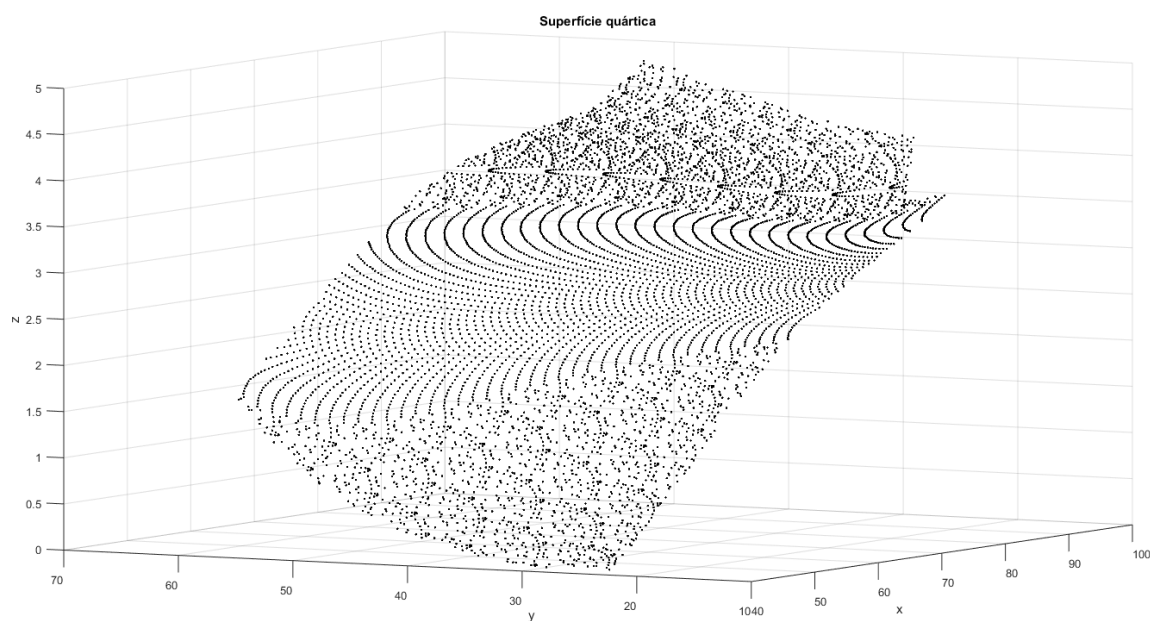
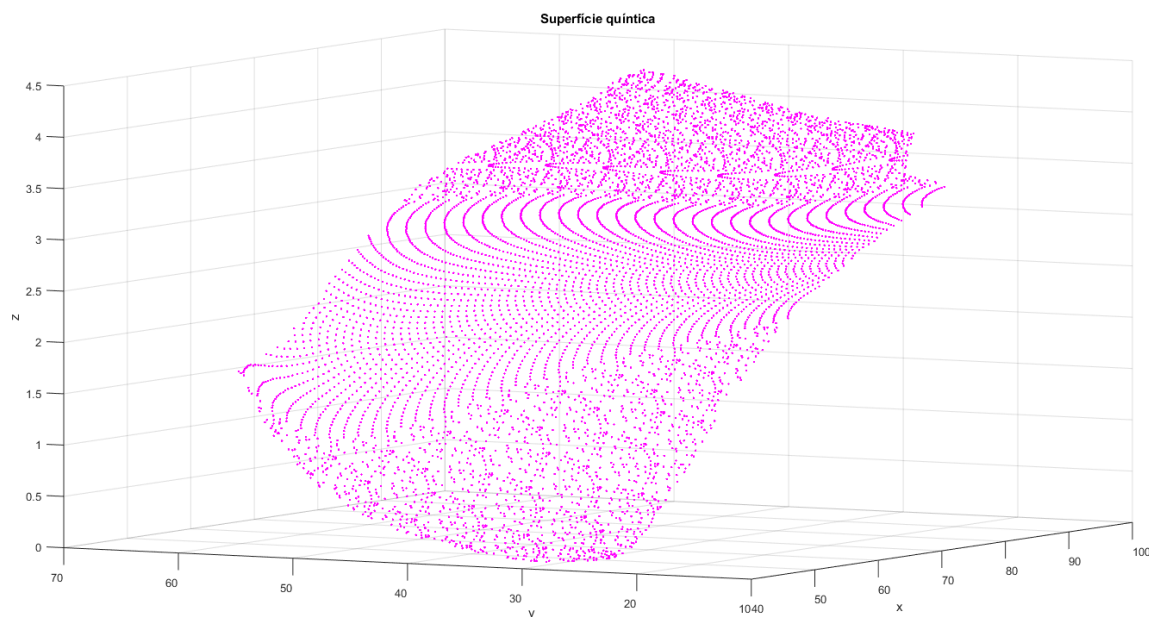
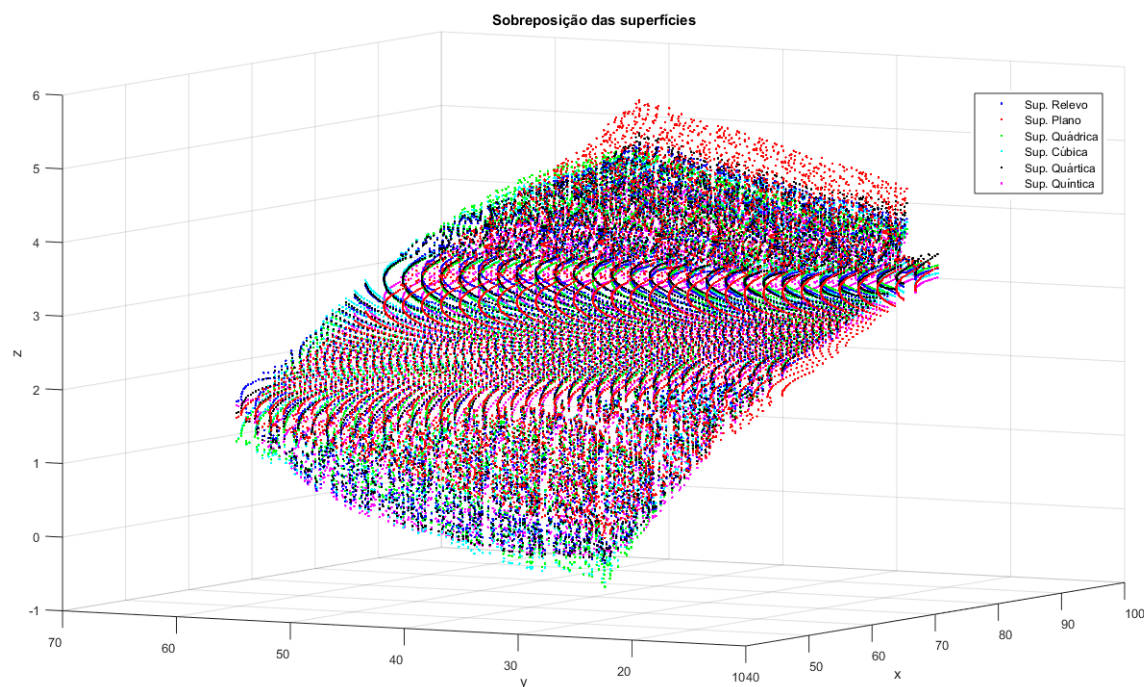


Figura 8. Superfície de regressão múltipla quártica para os dados do relevo



Em cada uma das figuras anteriores observa-se uma aproximação considerável entre os dados de relevo e/ou de terreno e os obtidos com as superfícies de regressão múltipla. Na Figura 9 são sobrepostas as cinco superfícies de regressão em relação aos dados transladados do relevo, advindos da superfície original gerada a partir da nuvem de pontos do terreno, evidenciando tal aproximação entre as superfícies.

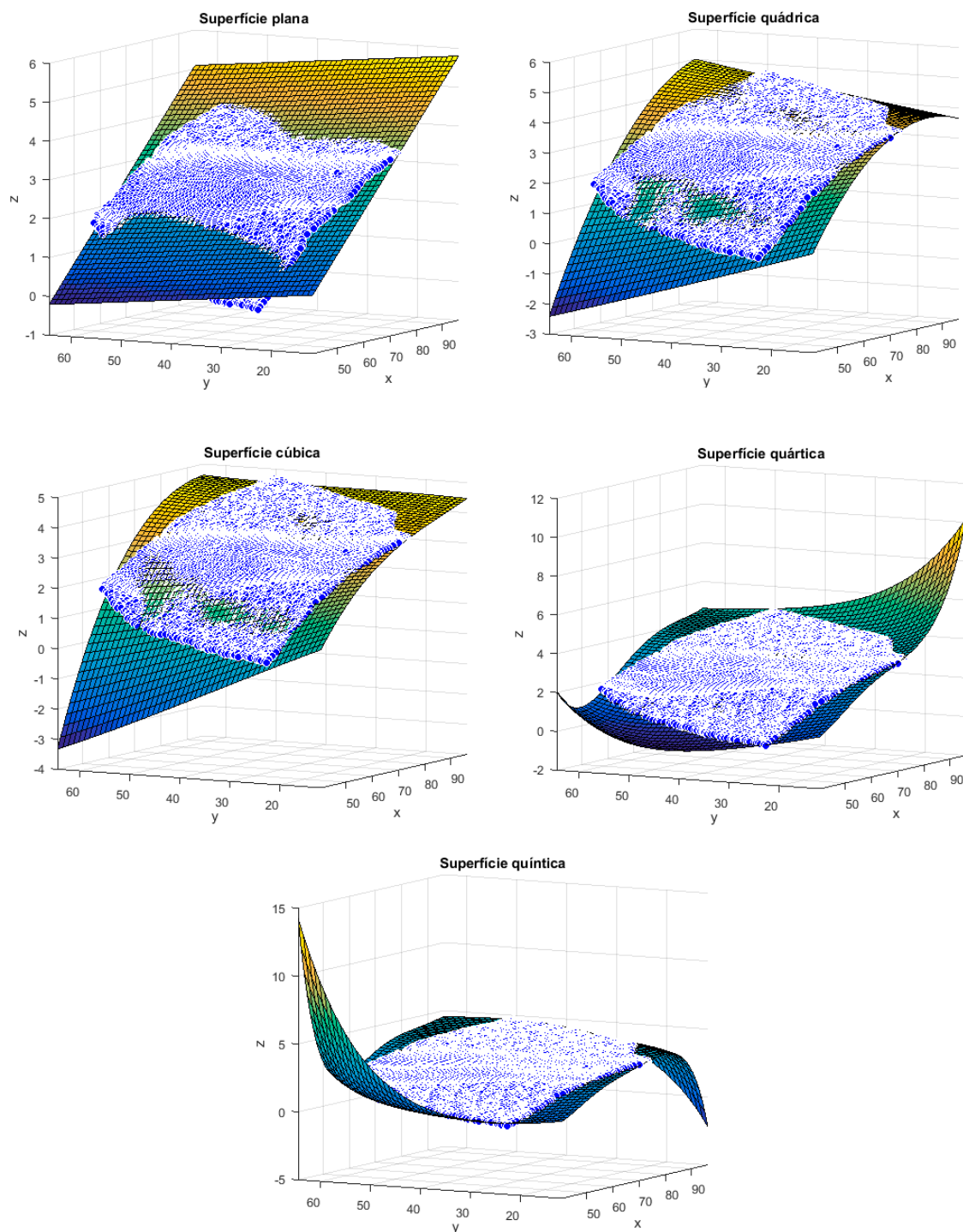
Figura 9. Sobreposição das superfícies obtidas



Ainda de forma comparativa, na Figura 10 são ilustrados os cinco casos testados nesse trabalho, onde é possível observar sob outra perspectiva as regiões da superfície

do relevo que são mais bem, ou não, aproximadas pelas superfícies de regressão múltipla.

Figura 10. Comparação das superfícies obtidas e os pontos de relevo



As equações obtidas para o plano de regressão linear, $z(x, y)_1$, superfície quádrlica, $z(x, y)_2$, superfície cúbica, $z(x, y)_3$, superfície quártica, $z(x, y)_4$ e superfície quántica, $z(x, y)_5$, tem seus coeficientes a_i apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Coeficientes das equações (2), (3), (4), (5) e (6) de regressão múltipla

	$z(x, y)_1$	$z(x, y)_2$	$z(x, y)_3$	$z(x, y)_4$	$z(x, y)_5$
a_1	-3.196	-8.189	-7.467	23.87	96
a_2	0.09526	0.3004	0.3524	-1.895	-9.023
a_3	-0.0136	-0.1105	-0.2613	0.2489	2.888
a_4		-0.001872	-0.003973	0.05614	0.3325
a_5		0.001375	0.006244	-0.02496	-0.2289
a_6		5,13E-02	-0.0003153	0.006863	0.04268
a_7			1,65E-02	-0.0006939	-0.00599
a_8			-3,51E-02	0.0005667	0.006626
a_9			-7,47E-04	-0.0002291	-0.002813
a_{10}			3,60E-03	2,75E-03	0.0005951
a_{11}				3,19E-03	5,33E-02
a_{12}				-4,33E-03	-8,26E-02
a_{13}				3,72E-03	5,27E-02
a_{14}				-2,40E-03	-1.42e-05
a_{15}				1,05E-03	-2,01E-03
a_{16}					-1,88E-04
a_{17}					3.84e-07
a_{18}					-3,54E-04
a_{19}					2.03e-07
a_{20}					-1,02E-04
a_{21}					5,13E-05

O volume do sólido limitado lateralmente pela fronteira poligonal D , inferiormente pelo plano (x, y) e superiormente pela superfície do relevo é igual $5.0785 \times 10^3 \text{ m}^3$. Os valores obtidos para o volume desse sólido, porém, limitado superiormente pelas superfícies de regressão são (em m^3):

$$\iiint_D z(x, y)_1 dV = 5.0781 \times 10^3 \quad (7)$$

$$\iiint_D z(x, y)_2 dV = 5.0786 \times 10^3 \quad (8)$$

$$\iiint_D z(x, y)_3 dV = 5.0732 \times 10^3 \quad (9)$$

$$\iiint_D z(x, y)_4 dV = 5.0627 \times 10^3 \quad (10)$$

$$\iiint_D z(x, y)_p dV = 4.6584 \times 10^3 \quad (11)$$

Os erros, absoluto e percentual, entre o valor real e os valores obtidos em cada um dos casos são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2. Erros absoluto e percentual dos resultados obtido com as equações (7), (8), (9), (10) e (11)

Erro	$z(x, y)_1$	$z(x, y)_2$	$z(x, y)_3$	$z(x, y)_4$	$z(x, y)_5$
Absoluto (m ³)	0,3525	0,1081	5,3112	15,7970	420,1227
Percentual (%)	0,0069	0,0021	0,1046	0,3110	8,2726

A partir da Tabela 2, verifica-se que os resultados obtidos para o volume do aterro utilizando a superfície quádrica apresentaram menores erros absoluto e percentual, 0,1081 m³ e 0,0021%, respectivamente, seguidos pela superfície do plano, 0,3525 m³ e 0,0069%, superfície cúbica, 5,3112 m³ e 0,1046%, superfície quártica, 15,7970 m³ e 0,3110%, e por último, a superfície quártica com os maiores erros em relação ao valor real, 420,1227 m³ e 8,2726%, respectivamente. É importante destacar, que, um erro de estimação, como o apresentado pela superfície quártica, 420,1227 m³, pode provocar uma falha considerável no planejamento, por exemplo, do cálculo do momento de transporte de movimentação de terra, e por conseguinte, na destinação orçamentária relacionada à essa tarefa, implicando em aditivos indesejáveis durante a execução da obra.

3 Curvas, Superfícies de Nível e Gradientes

A partir dos dados planialtimétricos, pode-se realizar uma análise qualitativa com a delimitação das curvas de nível e seções da superfície cuja elevação é a mesma, ou seja, pode-se traçar as superfícies de nível do terreno.

Figura 11. Superfície de nível com 4 faixas

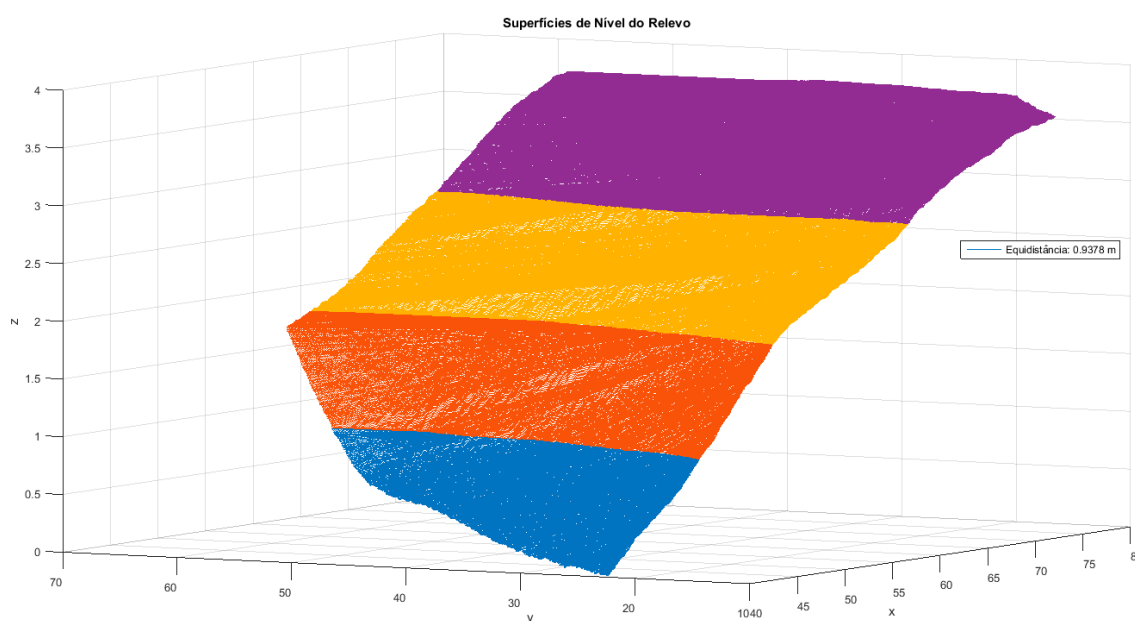
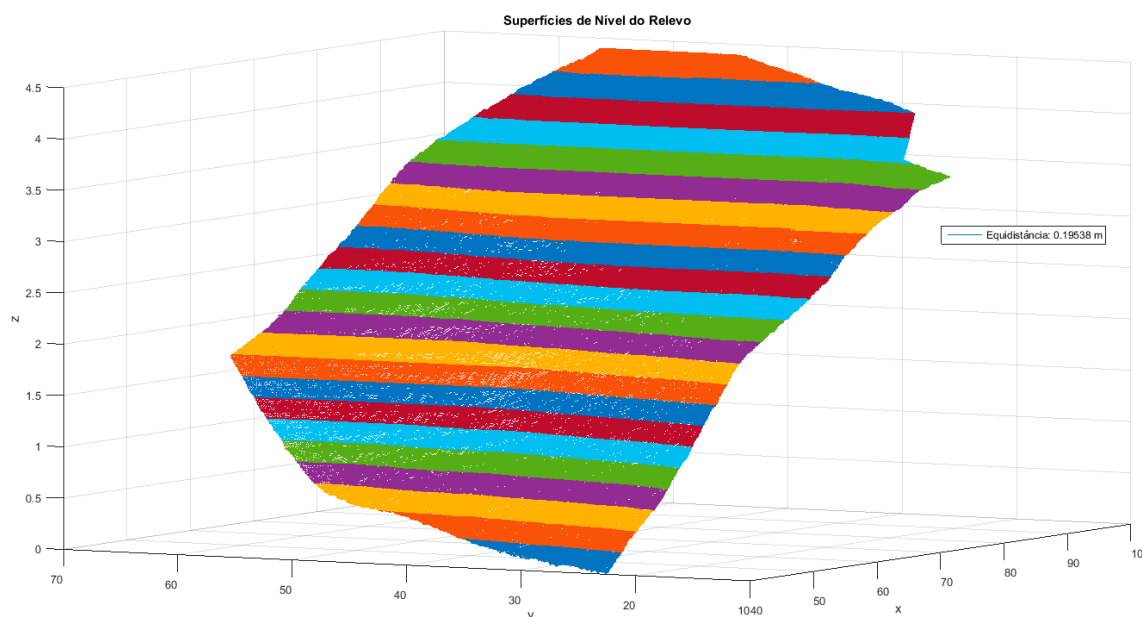


Figura 12. Superfície de nível com 23 faixas

A Figura 11 ilustra a superfície de nível em 4 faixas cuja equidistância é de aproximadamente 1 m (0,9378 m cada) e na Figura 12 foram utilizadas 23 faixas, cuja equidistância é de aproximadamente 0,2 m (0,19538 m cada).

Uma aplicação importante do reconhecimento das curvas e superfícies de nível está na técnica de plantio em curvas de nível, que consiste na produção ordenada por meio de linhas com diferentes altitudes do terreno. Essa técnica é essencial para áreas íngremes e auxilia a conservar o solo contra erosões, além de contribuir com o escoamento da água da chuva, fazendo com que ela se infiltre mais facilmente na terra e evite deslizamentos (ZONTA *et al.*, 2012). O reconhecimento das curvas de nível também é importante no cálculo do momento de transporte na movimentação de terra entre corte e aterro, além de também dar um perfil do terreno, útil para o planejamento de dispositivos de drenagem em taludes de cortes e aterros ou na interseção do talude de aterro com o terreno natural e nas transições corte-aterro, o que pode evitar problemas de erosão, por exemplo. De acordo com Yu, Cakurs e Rose (1998), cerca de 2 bilhões de hectares, o que equivale a aproximadamente 13% da superfície terrestre, têm sofrido algum tipo de degradação induzida pelo homem. A erosão é um dos principais fatores causadores da degradação e deterioração da qualidade ambiental, sendo esta, acelerada pelo uso e manejo inadequados do solo.

Modelos Digitais de Elevação de alta resolução tem se apresentado como uma ferramenta útil para medir os processos de mudança da superfície da terra (TAROLLI, 2014; PASSALACQUA *et al.*, 2015), pois permite a detecção de alterações geomórficas para medir a erosão e volumes de deposição às margens de córregos, rios, entre outros (WHEATON *et al.*, 2010). Além disso, atributos topográficos relacionados a esses processos de erosão, como declive, exposição, curvatura e direção preferencial do fluxo de água podem ser avaliados (OUÉDRAOGO *et al.*, 2014).

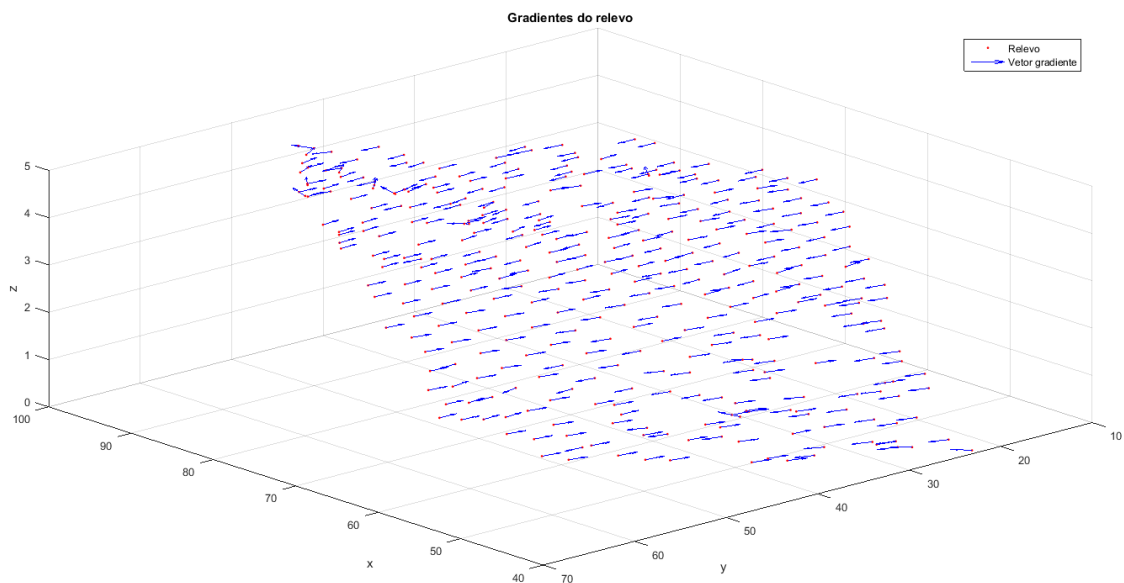
Para o caso de linhas de fluxo de água no terreno, o cálculo é realizado a partir do gradiente em cada ponto do relevo, mais precisamente na direção oposta ao gradiente, obtido a partir da diferenciação parcial das equações (2), (3), (4), (5) e (6), porém, nesse trabalho, optou-se em analisá-los a partir dos dados de relevo.

O gradiente foi calculado iterativamente a partir dos dados (x, y, z) levantados com o drone, onde utiliza-se uma submatriz que contém em cada iteração nove coordenadas (x, y, z) , centrada em um ponto pivô a_{ij} representando o valor de z na respectiva posição (x, y) . O gradiente, a partir de do pivô a_{ij} , apontará na direção do máximo valor na vizinhança de a_{ij} , na forma:

$$\text{grad}(z(x, y)) = \max \begin{bmatrix} a_{i+1,j-1} & a_{i+1,j} & a_{i+1,j+1} \\ a_{i,j-1} & a_{i,j} & a_{i,j+1} \\ a_{i-1,j-1} & a_{i-1,j} & a_{i-1,j+1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

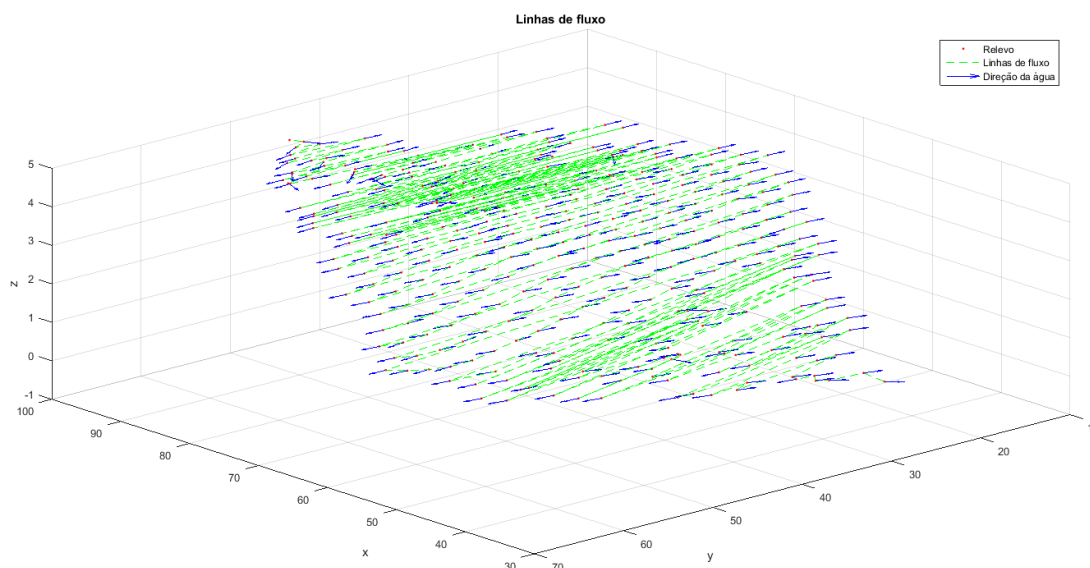
Caso o máximo valor da submatriz seja o próprio pivô, o gradiente será nulo, ou seja, a tangente em a_{ij} é horizontal com ponto local de máximo indicando um espigão ou separador de águas ou ainda uma subsuperfície totalmente horizontal. A Figura 13 ilustra o resultado da equação (12) aplicado aos dados do relevo para os (x_1, y_1) pontos, tem-se o seguinte campo gradiente:

Figura 13. Campo vetorial indicando o gradiente a partir de cada ponto (x, y, z)



A partir do campo de vetores gradiente obtém-se as linhas de fluxo de água no terreno, como ilustra a Figura 14.

Figura 14. Campo vetorial indicando as linhas de fluxo (em verde) e os vetores na direção do fluxo (em azul) a partir de cada ponto (x, y, z)



Na Figura 14 as linhas de fluxo e os vetores de direção representam o caminho preferencial que a água de uma chuva densa percorreria sobre o terreno após a saturação deste. O reconhecimento de tais linhas pode permitir a quantificação e controle do movimento da água através do solo com vistas em proporcionar uma proteção contra os efeitos nocivos deste movimento, como a liquefação em fundos de valas, erosão, percolação, entre outros, cujo movimento é afetado pelo tipo de solo, grau de compactação do solo, a textura, o grau de saturação, a temperatura da água (MEIRELLES, 2009) e cobertura de vegetação.

Ainda sobre a Figura 14, ressalta-se que devido a limitação do tamanho do arquivo que pode ser incluído nesse artigo, informações muito importantes e **úteis** na tomada de decisões em relação a uma aplicação real podem ser melhor exploradas com o modelo matemático proposto para construção destas imagens, porém, em um software de processamento de dados com capacidade de geração de imagens em alta definição.

Neste momento, a inserção da formulação apresentada em algum pacote computacional comercial com finalidade semelhante e/ou, a criação de um aplicativo contendo o modelo matemático para o processamento de dados digitais de elevação e terreno, integrando todas as informações apresentadas neste trabalho, mostra-se promissora.

4 Considerações Finais

Os modelos matemáticos utilizados nesse trabalho apresentam-se como ferramentas computacionais alternativas para análise de dados de elevação e de terreno obtidos com o uso de drones.

Com o uso de regressão múltipla, linear e não linear, obteve-se uma precisão significativa para a estimativa de volumes de aterro para os casos testados, com destaque para a superfície quádrlica, que apresentou os menores erros absoluto e percentual, $0,1081 \text{ m}^3$ e $0,0021\%$, respectivamente, e a superfície do plano, $0,3525 \text{ m}^3$ e $0,0069\%$ em relação ao valor real.

Com o uso dos dados digitais de terreno e/ou relevo, pode-se descrever quantitativa e qualitativamente as curvas e superfícies de nível do terreno, como apresentado na seção 3 deste trabalho, cujo reconhecimento permite o planejamento para novas obras, seja na forma de terraços de plantio assim como de estruturas civis.

Ainda utilizando os dados do relevo, foi desenvolvido um método iterativo para calcular o gradiente em cada ponto da superfície, com os quais, em sua direção oposta prevê-se o escoamento de água em caso de grande volume fluviométrico na região, por exemplo, apresentando-se mais uma vez, como informações adicionais para o engenheiro no planejamento de obras no terreno.

Por fim, após ampla análise dos dados digitais de elevação e de terreno, os resultados indicam que a formulação matemática proposta, amplamente deduzida e explorada, é estável e serve como uma ferramenta auxiliar para o cálculo de grandezas presentes em projetos de engenharia através do uso de drones, porém, salienta-se que o uso de drones não substitui equipamentos como o GPS RTK e Estação Total, por exemplo, sendo essa metodologia complementar aos métodos tradicionais para tal fim. Em qualquer situação, é fundamental um estudo sobre a melhor estratégia para alcançar eficiência na execução de determinado serviço especializado de engenharia, cujo planejamento torne o empreendimento tecnicamente possível, financeiramente viável e socialmente abrangente.

Para o futuro, pretende-se utilizar os resultados deste primeiro estudo para a criação de um protótipo e/ou aplicativo que integre os dados digitais de elevação e de terreno e a formulação matemática desenvolvida.

Referências

- FELGUEIRAS, C. A.; ORTIZ, J. O.; SANTOS, C. C.; CAMARGO, E. C. G.; SANT'ANNA, S. J. S. Assessment to the altimetric accuracy of digital elevation models obtained from drone image information. *Anais do XIX Simpósio de sensoriamento remoto*, Santos, SP, Brasil, 2019.
- GARCIA, G. J.; PIEDADE, G. C. R. *Topografia aplicada às ciências agrárias*. 5 ed. Nobil, São Paulo, 1984.
- IRVINE, W. *Surveying for construction*. 2 ed. McGraw-Hill, London, s.d.
- MEIRELLES, F. S. C. *Dam safety. Module I - Dams: Legal, technical and socio-environmental aspects*. Brazil, 2009.
- OLIVEIRA, H. C.; JESUS, H. P. *Comparative analysis of planialtimetric surveys – Standard topography, GPS, Drone*. Monografia do Curso de engenharia Civil, Escola de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Federal de Goiás, 2018.
- OUÉDRAOGO M. M.; DEGRÉ, A.; DEBOUCHE, C.; LISEIN J. The evaluation of unmanned aerial system-based photogrammetry and terrestrial laser scanning to generate DEMs of agricultural watersheds. *Geomorphology*, v. 55, p. 214-339, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2014.02.016>
- PASSALACQUA, P.; BELMONT, P.; STALEY, D. M.; SIMLEY, J. D.; ARROWSMITH, J.R.; BODE, C.A.; CROSBY, C.; DELONG, S.B.; GLENN, N. F.; KELLY, S. A.; LAGUE, D.; SANGIREDDY, H.; SCHAFFRATH, K.; TARBOTON, D. G.; WASKLEWICZ, T.; WHEATON, J. M. Analyzing high resolution topography for advancing the understanding of mass and energy transfer through landscapes: a review. *Earth-Sci Rev.*, v. 93, p. 148-174, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.earscirev.2015.05.012>
- PEDREIRA, W. J. P. *Avaliação da Acurácia Altimétrica de Mapeamento Cartográfico Topográfico Usando VANT*. Monografia do Curso de Bacharelado em Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, 2017.
- PEREIRA, W.S.; MAGALHÃES, J.R.G.; CARDOSO, A.L. *Obtenção de Modelo Digital de Terreno e Ortomosaico na Região Sub-bacia Riacho do Machado, Cruz das Alma/BA: Percepções a partir do Processamento de Dados de Veículos Aéreos Não Tripulados*. Anais do Simpósio Regional de Geoprocessamento e Sensoriamento Remoto – GEONORDESTE 2017 – Salvador, BA, Brasil, 2017.
- TAROLLI, P. High-resolution topography for understanding Earth surface processes: opportunities and challenges. *Geomorphology*, v. 312, p 216-295, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2014.03.008>
- VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, L. F. *Fundamentos de Topografia*. Curitiba: Engenharia Cartográfica e de Agrimensura Federal do Paraná, 2012.
- WHEATON J. M.; BRASINGTON, J.; DARBY, S. E.; SEAR, D. A. Accounting for uncertainty in DEMs from repeat topographic surveys: improved sediment budgets. *Earth Surf Process Landforms*, v. 56, p. 35:136, 2010. <https://doi.org/10.1002/esp.1886>

YU, B.; CAKURS, U.; ROSE, C. W. An assessment of method for estimating runoff rates at the plot scale. *Transactions of the ASAE*, v. 41, n. 3, p. 653-661, 1998.

ZONTA, J. H.; SOFIATTI, V.; COSTA, A. G. F.; SILVA, O. R. R. F.; BEZERRA, J. R. C.; SILVA, C. A. D. BELTRÃO, N. E. M.; ALVES, I.; FRANCISCO JÚNIOR, A. C.; CARTAXO, W. V.; RAMOS, E. N.; OLIVEIRA, M. C.; CUNHA, D. S.; MOTA, M. O. S.; SOARES, A. N.; BARBOSA, H. F. *Práticas de Conservação de Solo e Água*, Circular Técnica, EMBRAPA, 2012.